Statistik II

Klausur am 14.07.04
Anmeldung bis 14.06.04

Literaturliste: siehe Internet. Http//stat.cs.tu-berlin.de

Sprechstunde: Jerry: Dienstags von 14-16.00 Uhr

Zufallsvariable: Ergebnismenge ist bekannt, aber keine Sicherheit über die Ausprägung bei jedem Versuch.

Skalierung: → diskret / stetig
→ nominal / ordinal / kardinal

diskrete Verteilungen:
- Gleichverteilung
- geometrische Verteilung
- Binominalverteilung
- Poisson-Verteilung

geometrische Verteilung:
Fragestellung: "# der Versuche bis zum ersten Erfolg"

Sei ein binäres Ereignis A,
P(A) = π
P($\bar{A}$) = 1- π
x = Anzahl der Versuche bis zum ersten Mal A

$$P(X=x)=(1-\pi)\cdot(1-\pi)\cdot\dots\cdot(1-\pi)\cdot\pi$$
$$P(X=x)=(1-\pi)^{x-1}\cdot\pi$$
$$E(x)=\frac{1}{\pi}$$

Binominalverteilung:
Fragestellung: "# der Erfolge bei n Versuchen"

Sei A eine Bernoulli Zufallsvariable
P(A = 1) = π
P(A = 0) = (1- π)
x = Anzahl der Erfolge bei n Versuchen

$$X \sim B(n,\pi)$$
$$P(X=x)=\binom{n}{x}\pi^{x}(1-\pi)^{n-x}$$

Bsp: Ø Durchfallquote = 0,2 = π
9 Studenten schreiben eine Klausur.
Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass keiner durchfällt?
P(X = 0) = ?

$$X \sim B(n=9,\ p=0{,}2\,i)$$
$$P(X=0)=0{,}1342$$
$$P(X\le 3)=0{,}9144$$
$$P(X=3)=P(X\le 3)-P(X\le 2)$$
$$=0{,}9144-0{,}7382=0{,}1762$$
$$P(X>2)=1-P(X\le 2)=1-0{,}7382=0{,}2618$$
$$E(x)=n\cdot\pi$$
$$Var(x)=n(1-\pi)\cdot\pi$$

<u>Addition:</u> $\left.\begin{array}{l} X\sim B(n,\pi) \\ Y\sim B(m,\pi)\end{array}\right\}\ X+Y\sim B(m+n,\pi)$

<u>Symmetrie:</u> $X\sim B(n,\pi)$
$Y=n-X \quad\rightarrow\quad Y\sim B(n,1-\pi)$

<u>Poissonverteilung:</u>
auch „Verteilung der seltenen Ereignisse“ genannt.
Fragestellung: „# der Ereignisse in einem Zeitintervall t“

(hängt von der Länge, nicht von der Lage des Intervalls ab.)

$$f(x)\ \left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\lambda^x}{x!}\mathrm{e}^{-\lambda} & x\in\{0,1,2,3\ldots\} \\ 0\,\text{sonst} & \end{array}\right.$$

$$E(x)=\lambda$$
$$Var(x)=\lambda$$

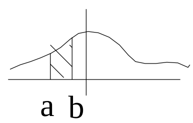
<u>Addition:</u> $\left.\begin{array}{l} X\sim P(\lambda) \\ Y\sim P(\mu)\end{array}\right\}\ X+Y\sim P(\lambda+muy)$

<u>Intervallsatz:</u> Sei $X\sim P(\lambda)$ für ein Einheitsintervall
$\Rightarrow Y\sim P(\lambda\, t)$ für t Einheitsintervalle

<u>Stetige Zufallsverteilungen:</u>

- Gleichverteilung
- exponentielle Verteilung
- normale Verteilung

$P(X=a)=0$!!
immer nur für Intervalle



$$\rightarrow P(a\le x\le b)$$
$$=P(a<x<b)$$
$$=P(a\le x<b)$$
$$=P(a<x\le b)=\int_a^b f(x)\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=1$$

$$P(X \le a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx$$

$$P(X > a) = 1 - \int_{a}^{\infty} f(x)\,dx$$

Bsp: $X \sim P(\lambda)$

X: „# der Ereignisse im Intervall t“

$$P(X=0) = P(T > t) = \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow P(T \le t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$$ $\rightarrow$ Exponentialverteilung

Ableitung: $\boxed{f(t) = \lambda\,\mathrm{e}^{-\lambda t}}$

Exponentialverteilung: