Aufgabe D3:

1. X_i: „Temperatur des i-ten Kühlschranks“

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

Realität / ***Entscheidung***	***H₁*** $\mu < \mu_0$	***H₀*** $\mu > \mu_0$
„H_1“ = „ $\mu < \mu_0$ “	√	α-Fehler
„H_0“ = „ $\mu > \mu_0$ “	β-Fehler	√

...

4.
$$g(\theta) = P(\text{"H}_1\text{"}|\mu) = P(\bar{x} < -25{,}4|\mu)$$
$$= P\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{-25{,}4-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$
$$= P\left(z < \frac{-25{,}4-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$
$$= \Phi\left(\frac{-25{,}4-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

a) $\mu = -24{,}8$

→ $g(-24{,}8) = \Phi\left(\frac{-25{,}4+24{,}8}{2/10}\right) = \Phi\left(\frac{-0{,}6}{0{,}2}\right) = \Phi(-3)$

$= 1 - \Phi(3) = 1 - 0{,}9987 = \underline{\underline{0{,}0013}}$

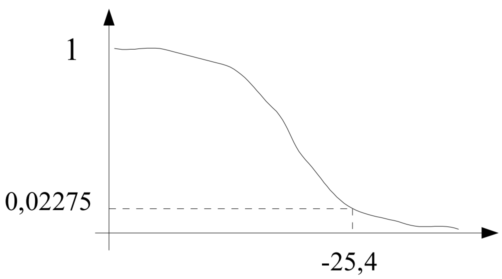
b) $\mu = -25{,}4$

→ $g(-25{,}4) = \Phi\left(\frac{-25{,}4+25{,}4}{0{,}2}\right) = \Phi(0) = \underline{\underline{0{,}5}}$

c) $\mu = -29{,}0$

→ $g(-29) = \Phi\left(\frac{-25{,}4+29}{0{,}2}\right) = \Phi\left(\frac{3{,}6}{0{,}2}\right) = \Phi(18) = \underline{\underline{1}}$

5.



6. 1. a) „H1“

b) Basierend auf einer Stichprobe mit Umfang 100 zum Signifikanzniveau α=2,275% könnte statistisch gesichert gewerden, dass die durchschnittliche Temperatur der Geräte unter -25°C liegt.

2. a) $\bar{x}=-25{,}3 \notin B \quad \Rightarrow "\mathrm{H}_0"$

$B=\{\bar{x} | \bar{x}<-25{,}4\}$

b) Basierend auf einer Stichprobe mit Umfang 100 zum Signifikanzniveau α=2,275% könnte statistisch nicht gesichert gewerden, dass die durchschnittliche Temperatur der Geräte unter -25°C liegt.

c) β-Fehler („H_0"|H_1)

d) $P(\beta)=1-g(\mu)$

$g(\mu)=?$

μ nicht bekannt. B-Fehler-Wahrscheinlichkeit nicht errechenbar.

e) $P(\beta)=1-g(\mu)$

$g(-29)\overset{4c}{=}1 \quad \rightarrow \quad P(\beta)=1-1=\underline{\underline{0}}$

7. Maximalwert der α-Fehler bei μ_0. Danach folgen nur noch kleinere Fehlerwerte.

Aufgabe D7: KFZ-Zulassungen

Realität ***Entscheidung***	***H₁*** $\mu<\mu_0$	***H₀*** $\mu>\mu_0$
„H_1" = „ $\mu<\mu_0$ **"**	√	α-Fehler
„H_0" = „ $\mu>\mu_0$ **"**	β-Fehler	√

H_0: $\mu \geq \mu_0=8{,}5$

H_1: $\mu<\mu_0=8{,}5$

$\alpha-\text{Fehler}=P("\mathrm{H}_1" | H_0)=P("\text{Auto ist OK }" | \text{Auto ist nicht OK})$

x_i: „durchschnittlicher Benzinverbrauch in Litern pro 100 Km"

$x_i \sim N(\mu, \sigma^2), \quad \sigma^2 \, unbekannt \quad \Rightarrow \underline{t-verteilt}$

Stichprobe: n = 100 α = 2,5%

B = ?

einseitiger Test auf μ = einseitiger t-Test auf μ

Aufgabe D6: Umweltschutz (Firmensicht)

α = 0,001 = 0,1%

1)

Realität ***Entscheidung***	***H₁*** $\mu>\mu_0$	***H₀*** $\mu<\mu_0$
„H_1" = „ $\mu>\mu_0$ **"**	√	α-Fehler
„H_0" = „ $\mu<\mu_0$ **"**	β-Fehler	√

α-Fehler = P(„H_1"| H_0) = P(„zuviel"|weniger)

H_0: $\mu \leq \mu_0=18\,g$

H_1: $\mu>\mu_0=18\,g$

2) X: „durchschnittlicher Phosporgehalt in g pro Packung"
x_i beliebig verteilt.

$$Var\, x_i = \sigma^2 = 36 = 6^2$$

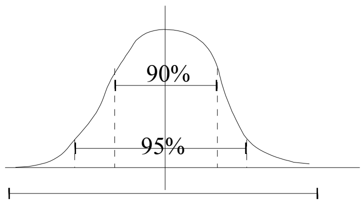
$$\bar{x} \underset{approx.}{\overset{H_0}{\sim}} N(\mu = \mu, \sigma^2)$$

3) $$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \underset{approx.}{\overset{H_0}{\sim}} N(0,1)$$

4) $$B = \{\bar{x} | \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{1-\alpha}\}$$
$$= \{\bar{x} | \bar{x} < \mu_0 - z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\}$$

5) $$B = \{\bar{x} | \bar{x} < 18 - z_{0,999} \cdot 1\}$$
$$= \{\bar{x} | \bar{x} < 18 - 3,08\}$$
$$= \{\bar{x} | \bar{x} < 14,97\}$$
$\bar{x} = 20 \notin B \quad \Rightarrow$ „H_0"

6) Fehler der Presseerklärung: Kein Beweis möglich, nur statische untermauern möglich.
Fehler der Umweltschützer: je kleiner α, desto schwerer ist es, die Nullhypothese abzulehnen.



7) Nein, wahrer Wert ist nicht bekannt.

8) $$P(\beta) = 1 - g(\mu)$$
$$= 1 - P(\bar{x} \in B | \mu)$$
$$= 1 - P(\bar{x} < 14,97 | \mu)$$
$$= 1 - P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{14,97 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$
$$= 1 - P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{14,97 - 21,1}{6/6}\right)$$
$$= 1 - P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -6,13\right)$$
$$= 1 - \Phi(-6,14)$$
$$= 1 - (1 - \Phi(6,13))$$
$$= 1 - 0 = \underline{\underline{1}}$$